

# Sampled-data Fuzzy State Regulator Design for a Quadrotor Under the State Quantization Consideration

상태 양자화를 고려한 쿼드로터의 샘플치 퍼지 상태 조정기 설계

Tae Joon Han · Ji Ho An · Han Sol Kim

한태준\* · 안지호\* · 김한솔†

## Abstract

In this paper, a method to design a sampled-data fuzzy regulator is proposed under state quantization. To this end, the attitude and altitude systems of a quadrotor are represented as the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. And then, the state regularization condition of each system are derived in the form of the linear matrix inequality (LMI) based on the Lyapunov-Krasovskii functional (LKF). When deriving the condition, we use the robust control technique to handle the uncertainties raised by the state quantization. Finally, the effectiveness of the proposed method is validated through the simulation example.

## Key Words

Quadrotor, Sampled-data control, Lyapunov-Krasovskii functional, Linear matrix inequality, Quantization

## 1. 서론

최근 네 개의 로터로 추력을 얻는 수직 이착륙 무인 항공기인 쿼드로터에 대한 관심이 크다[1-3]. 특히, 쿼드로터의 높은 비행 자율성과 응용성으로 교통 모니터링, 재해 구호 등 다양한 분야에서 연구되고 있다. 한편, 쿼드로터의 제어 시스템은 자세, 고도, 위치 시스템으로 구성된다. 하지만 쿼드로터는 네 개의 입력으로 6 자유도를 제어하는 과소 구동 제어 시스템으로 제어기 설계에 어려움이 따른다.

한편, 비선형 시스템의 동역학을 IF-THEN 규칙 기반으로 선형 부분 시스템의 퍼지 합으로 표현하는 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[4,5]. T-S 퍼지 모델의 결론부는 선형 부분 시스템으로 표현되므로 기존에 연구된 선형 제어 이론을 비선형 시스템의 제어기 설계에 적용할 수 있다는 장점으로 많은 연구가 진행되고 있다[6-10].

기존 T-S 퍼지 시스템의 제어기 설계를 위해 상태 피드백 제어, 슬라이딩 모드 제어 등 여러 제어 기법들이 연구되었다[11-14]. 그러나 기존 연구는 주로 제어 입력이 연속적인 경우만을 고려한다. 따라서 제어기에 전송된 상태 벡터들이 연속적인 것을 보장하기 어려운 디지털 컴퓨터 기반의 제어기 설

계 문제에 적용하기 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해 샘플치 기반의 제어 기법이 연구되고 있다[15,16]. 샘플치 제어는 제어 루프에서 전송되는 정보의 양을 크게 줄이고 대역폭 사용의 효율성을 향상시킬 수 있어 실제 응용에서 유용하다.

한편, 양자화는 연속 신호를 디지털 신호로 변환하기 때문에 유한한 네트워크 전송 용량의 문제를 효과적으로 다룰 수 있다[17,18]. 그러나 연속 신호를 디지털 신호로 양자화하는 과정에서 양자화 오차를 포함해 여러 불확실한 값들이 발생하게 된다. 즉, 시스템의 상태를 제어기에 피드백하는 과정에서 시스템 상태를 양자화할 때 여러 불확실성이 발생하여 시스템 성능이 불안정해진다. 따라서 샘플치 제어기를 설계할 때 시스템을 안정화하기 위해서 양자화 과정에서 발생하는 불확실성에 대한 강인 제어를 고려해야 한다.

앞선 분석에 착안하여, 본 연구에서는 쿼드로터 시스템의 상태 양자화를 고려한 샘플치 퍼지 조정기를 설계한다. 먼저 쿼드로터 자세 시스템과 고도 시스템을 T-S 퍼지 모델로 표현한다. 또한, 대수 양자화기 (logarithmic quantizer)를 사용하여 상태 양자화 과정에서 발생하는 불확실성을 미지의 함수를 사용해 안정화 조건에 반영한다. 상태 양자화를 고려한 샘플치 퍼지 조정기 설계의 안정화 조건은 Lyapunov-Krasovskii functional

† Corresponding Author: Dept. of Control and Instrumentation Engineering, National Korea Maritime and Ocean University, Korea.

E-mail: hansol@kmou.ac.kr  
<https://orcid.org/0000-0002-8803-4381>

\* Dept. of Control and Instrumentation Engineering, National Korea Maritime and Ocean University, Korea.

E-mail: {wnsd10122, jiho1534}@g.kmou.ac.kr  
<https://orcid.org/0000-0001-6963-9249> <https://orcid.org/0000-0001-8071-3200>

Received : Dec. 10, 2021 Revised : Dec. 20, 2021 Accepted : Dec. 23, 2021

Copyright © The Korean Institute of Electrical Engineers

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

(LKF)를 이용하여 선형 행렬 부등식의 형태로 유도한다. 마지막으로 시뮬레이션 예제를 통해 제안하는 방법의 타당성을 검증한다.

**표기법:** 1부터  $a$ 까지의 양의 정수로 구성된 집합을  $I_a$ 로 표기한다.  $x^i$ 는 임의의 벡터  $x$ 의  $i$ 번째 성분을 나타낸다.  $\lambda_{\min}(M)$ 은 임의의 행렬  $M$ 의 최소 고유값을 의미한다. 그리고  $c_\theta$ 와  $s_\theta$ 는 각각  $\cos(\theta)$ 와  $\sin(\theta)$ 을 나타낸다.

## 2. 쿼드로터의 제어 시스템 구성

본 논문에서는 T-S 퍼지 모델로 표현된 쿼드로터 시스템에 대한 상태 양자화를 고려한 강인 샘플치 퍼지 조정기 설계 문제를 다룬다.

### 2.1 시스템 모델

본 논문에서 다루는 T-S 퍼지 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r w_i(p(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}, \quad (1)$$

여기서  $A_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 는 시스템 행렬이고,  $B_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ 는 입력 행렬이며,  $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 와  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ ,  $p(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$ 는 각각 상태, 입력, 그리고 전제 벡터이다. 또한,  $r$ 은 퍼지 규칙 수이며,  $i \in I_r$ 에 대해  $w_i(p(t)) \in \mathbb{R}_{[0,1]}$ 는 소속도 함수로, 다음의 조건을 만족한다.

$$\sum_{i=1}^r w_i(p(t)) = 1.$$

본 논문에서는 [10]에서와 같이 전체 쿼드로터 동역학을 자세 각도와 고도에 대한 동역학 시스템으로 분할하여 T-S 퍼지 모델로 표현한다.

#### 2.1.1 자세 시스템

자세 시스템은 쿼드로터의 자세 각도 변화를 표현하는 동역학 시스템으로 상태 변수를 다음과 같이 선택한다.

$$x_a(t) = [\phi(t) \ \dot{\phi}(t) \ \theta(t) \ \dot{\theta}(t) \ \psi(t) \ \dot{\psi}(t)]^T,$$

여기서  $\phi(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $\psi(t)$ 는 각각 롤 (roll), 피치 (pitch), 요 (yaw) 각도를 표현하며 단위는 [rad]이다.

이제 전제 벡터를  $p_a(t) = [x_a^2(t) \ x_a^4(t)]^T$ 로 정의하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[10].

$$\dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^4 w_a^i(p_a(t)) \{A_a^i x_a(t) + B_a^i u_a(t)\},$$

여기서

$$A_a^i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \Gamma_4^i \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 \Gamma_2^i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 \Gamma_2^i & 0 \end{bmatrix}, \quad B_a^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}, \quad u_a(t) = \begin{bmatrix} u_\phi(t) \\ u_\theta(t) \\ u_\psi(t) \end{bmatrix},$$

$a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$ ,  $a_2 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$ ,  $a_3 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$ ,  $b_1 = \frac{L}{I_x}$ ,  $b_2 = \frac{L}{I_y}$ ,  $b_3 = \frac{1}{I_z}$ 이고,  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$ 는 각 축의 관성 모멘트이며,  $L$ 은 무게 중심에서 각 로터까지의 거리,  $\Gamma_2^i$ 와  $\Gamma_4^i$ 는 각각  $\Gamma_2 = \{M_2, M_2, -M_2, -M_2\}$ 와  $\Gamma_4 = \{M_4, -M_4, M_4, -M_4\}$ 의  $i$ 번째 요소이고,  $M_2$ 와  $M_4$ 는 양의 스칼라로, 본 논문에서는  $2000\pi/180$ 로 설정하였다. 이때, 소속도 함수는 다음과 같다.

$$w_a^1(p_a(t)) = \frac{x_a^2(t) + M_2}{2M_2} \times \frac{x_a^4(t) + M_4}{2M_4},$$

$$w_a^2(p_a(t)) = \frac{x_a^2(t) + M_2}{2M_2} \times \frac{M_4 - x_a^4(t)}{2M_4},$$

$$w_a^3(p_a(t)) = \frac{M_2 - x_a^2(t)}{2M_2} \times \frac{x_a^4(t) + M_4}{2M_4},$$

$$w_a^4(p_a(t)) = \frac{M_2 - x_a^2(t)}{2M_2} \times \frac{M_4 - x_a^4(t)}{2M_4}.$$

#### 2.1.2 고도 시스템

고도 시스템은 쿼드로터의 고도 변화를 표현하는 동역학 시스템으로 상태 벡터를  $x_z(t) = [z(t) \ \dot{z}(t)]^T$ 으로 선택했다. 여기서  $z(t)$ 는 쿼드로터의 관성 좌표계 상 수직축의 위치를 의미한다.

한편, 전제 변수를  $p_z(t) = c_\phi c_\theta / m$ 로 정의하고,  $u_t(t) = \frac{mg}{c_\phi c_\theta} + u_z(t)$ 로 치환하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[10].

$$\dot{x}_z(t) = \sum_{i=1}^2 w_z^i(p_z(t)) \{A_z^i x_z(t) + B_z^i u_z(t)\},$$

여기서  $A_z^i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_z^i = \begin{bmatrix} 0 \\ Z^i \end{bmatrix}$ 이고,  $Z^i$ 은  $Z = \{z_M, z_m\}$ 의  $i$ 번째 요소이다. 또한,  $z_M$ 과  $z_m$ 은 각각  $1/m$ 과  $0.25/m$ 이며,  $m$ 과  $g$ 는 각각 쿼드로터의 질량과 중력 가속도를 나타낸다.

## 2.2 샘플치 퍼지 조정기

상태 양자화를 고려한 샘플치 퍼지 조정기는 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = u(t_k) = \sum_{i=1}^r w_i(p(t_k)) K_i q(e(t_k)), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (2)$$

여기서  $t_k$ 는  $k$ 번째 샘플 시점이고,  $e(t_k) = x(t_k) - r(t_k)$ 이며  $r(t_k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 는 참조 값이고,  $K_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 는 이득 행렬이다. 또한, 대수 양자화기는 다음과 같다.

$$q(\cdot) = [q_1(\cdot) q_2(\cdot) \dots q_{n_x}(\cdot)]^T,$$

$m$ 번째 부분 양자화기  $q_m(\cdot)$ 는 다음의 특징을 가지며,

$$q_m(e(t_k)) = -q_m(-e(t_k)),$$

양자화된 레벨 집합은 다음과 같다.

$$\{\pm \sigma_m^q \mid \sigma_m^q = (\rho_m)^q \sigma_m^0, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\},$$

$$0 \leq \rho_m < 1, \sigma_m^0 > 0,$$

여기서  $\rho_m$ 과  $\sigma_m^0$ 는 각각 양자화 밀도와 초기 양자화를 나타낸다.

$q_m(\cdot)$ 는 다음과 같은 양자화 규칙을 가진다.

$$q_m(e_m(t_k)) = \begin{cases} \sigma_m^q, & \text{if } e_m(t_k) > 0 \text{ and } \frac{\sigma_m^q}{1+l_m} < e_m(t_k) \leq \frac{\sigma_m^q}{1-l_m}, \\ 0, & \text{if } e_m(t_k) = 0, \\ -q_m(-e_m(t_k)), & \text{if } e_m(t_k) < 0, \end{cases}$$

여기서  $m \in I_x$ 에 대해  $l_m = (1 - \rho_m)/(1 + \rho_m)$ 는 양자화 파라미터이다. 위의 양자화기 규칙에서 다음의 식을 알 수 있다.

$$\begin{cases} (1-l_m)e_m(t_k) \leq \sigma_m^q < (1+l_m)e_m(t_k), \text{ for } e_m(t_k) \geq 0, \\ (1+l_m)e_m(t_k) \leq \sigma_m^q < (1-l_m)e_m(t_k), \text{ for } e_m(t_k) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

양자화기  $q(e(t_k))$ 를 미지의 함수  $f(e(t_k)) := \text{col}\{f_1(e(t_k)), f_2(e(t_k)), \dots, f_n(e(t_k))\}$ 를 이용하여 다음과 같이 재구성하면

$$q(e(t_k)) = e(t_k) + f(e(t_k)), \quad (4)$$

식 (3)과 (4)로부터 다음의 부등식이 만족한다는 것을 알 수 있다.

$$-l_m e_m(t_k) \leq f_m(e_m(t_k)) \leq l_m e_m(t_k). \quad (5)$$

이상을 정리하면, 샘플치 퍼지 조정기는 다음과 같이 재구성된다.

$$u(t_k) = \sum_{i=1}^r w_i(p(t_k)) K_i [e(t_k) + f(e(t_k))]. \quad (6)$$

한편, 본 논문에서 샘플링이 주기적이지 않고, 연속적인 두 샘플링 시점 사이의 간격이 특정한 값 범위에 속한다고 가정한다. 즉, 다음이 성립한다고 가정한다.

$$t_{k+1} - t_k = h_k \in [h_1, h_2],$$

여기서 상수  $h_1$ 과  $h_2$ 는  $h_2 \geq h_1 > 0$ 의 조건을 만족하며, 각각 샘플링 간격의 상한치와 하한치를 의미한다. 식 (6)을 (1)에 대입하면, 다음과 같은 쿼드러터의 페루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i(p(t)) w_j(p(t_k)) [A_i x(t) + B_i K_j \{e(t_k) + f(e(t_k))\}]. \quad (7)$$

마지막으로, 제안하는 방법을 유도하기 위해 사용되는 보조 정리를 소개하며 이 장을 마친다.

**보조 정리 1[19]:**  $|w_i - v_j| \leq \mu_i, i \in I_r$ 를 만족하는 양의 스칼라  $\mu_i$ 에 대해 다음의 LMI 조건을 만족하는 양의 한정 행렬  $Q_{ij}$ 와  $E_{ij}$ 가 존재하면, 임의의 대칭 행렬  $X_{ij}$ 에 대해 행렬 부등식  $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i v_j X_{ij} < 0$ 이 성립한다.

$$M_{ii} > 0, \quad M_{ij} + M_{ji} > 0,$$

$$X_{ij} + 2M_{ij} + \sum_{p=1}^r \mu_p (N_{ip} + N_{pj}) < 0,$$

여기서  $w_i$ 와  $v_j$ 는 각각 소속도 함수이고,  $M_{ij} = Q_{ij} - E_{ij}$ ,  $N_{ij} = Q_{ij} + E_{ij}$ 이다.

**보조 정리 2[20]:**  $i \in I_r$ 에 대해 임의의 행렬  $X_{ij}, Y_{ij}$ 와 양의 한정 행렬  $S$ 에 대해 다음의 부등식이 성립한다.

$$2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_k h_l X_{ij}^T S Y_{kl} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j (X_{ij}^T S X_{ij} + Y_{ij}^T S Y_{ij}),$$

여기서  $i \in I_r$ 에 대해  $h_i$ 는 다음과 같은 조건을 만족하도록 정의된다.

$$h_i(\cdot) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^r h_i(\cdot) = 1.$$

### 3. 샘플치 퍼지 조정기 설계

이 장에서는 상태 양자화를 가진 샘플치 퍼지 조정기를 이용한 쿼드러터의 조정기 설계 조건을 LKF를 기반으로 선형 행렬 부등식의 형태로 제안한다. 이때 제어기 입력에서 참조 값  $r(t_k)=0$ 으로 가정한다.

**정리 1:** 아래의 선형 행렬 부등식들을 만족하는 양의 한정 행렬  $\bar{P} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{U} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{R}_1 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $Q_{ij}^1 \in \mathbb{R}^{5n_x \times 5n_x}$ ,  $E_{ij}^1 \in \mathbb{R}^{5n_x \times 5n_x}$ ,  $Q_{ij}^2 \in \mathbb{R}^{6n_x \times 6n_x}$ ,  $E_{ij}^2 \in \mathbb{R}^{6n_x \times 6n_x}$ , 대칭 행렬  $\bar{R}_3 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{R}_6 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ , 임의의 행렬  $\bar{K}_j \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$ , 그리고 전열 계수 행렬  $\bar{R}_2 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{R}_4 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{R}_5 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $\bar{G}_v \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $v \in I_3$ ,  $\bar{Y}_{lij} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $l \in I_3$ 가 존재하면 쿼드러터 페루프 시스템 (7)은 지수적으로 안정하다.

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_1 * * \\ \bar{R}_2 \bar{R}_3 * \\ \bar{R}_4 \bar{R}_5 \bar{R}_6 \end{bmatrix} > 0, \quad (8)$$

$$M_{ii}^l > 0, \text{ for } (l, i) \in I_2 \times I_r, \quad (9)$$

$$M_{ij}^l + M_{ji}^l > 0, \text{ for } i < j \in I_r \text{ and } l \in I_2, \quad (10)$$

$$\bar{\Phi}_{ij}^l + 2M_{ij}^l + \sum_{p=1}^r \mu_p (N_{ip}^l + N_{pj}^l) < 0, \text{ for } i < j \in I_r \text{ and } l \in I_2 \quad (11)$$

여기서  $\alpha$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\rho$ ,  $|w_p(p(t)) - w_p(p(t_k))| \leq \mu_p$ 는 주어진 양의 스칼라이고,  $M_{ij}^l = Q_{ij}^l - E_{ij}^l$ ,  $N_{ij}^l = Q_{ij}^l + E_{ij}^l$ ,

$$\bar{\Phi}_{ij}^1(\bar{h}) = \bar{\Psi}_{ij} + \bar{\Lambda}^1(\bar{h}), \quad \bar{\Phi}_{ij}^2(\bar{h}) = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{ij} + \bar{\Lambda}^2(\bar{h}) & * \\ \sqrt{\bar{h}} \bar{Y}_{ij} & -e^{-2\alpha h_2} \bar{U} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Psi}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{ij}^{11} * * * * \\ \bar{\Psi}_{ij}^{21} \bar{\Psi}_{ij}^{22} * * * \\ \bar{\Psi}_{ij}^{31} \bar{\Psi}_{ij}^{32} \bar{\Psi}_{ij}^{33} * * * \\ \bar{\Psi}_{ij}^{41} \bar{\Psi}_{ij}^{42} 0_{n_x \times n_x} \bar{\Psi}_{ij}^{44} * \\ \bar{\Psi}_{ij}^{51} \bar{\Psi}_{ij}^{52} \bar{\Psi}_{ij}^{53} \bar{\Psi}_{ij}^{54} \bar{\Psi}_{ij}^{55} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Lambda}^1(\bar{h}) = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}^{11}(\bar{h}) * * * * \\ \bar{\Lambda}^{21}(\bar{h}) \bar{\Lambda}^{22}(\bar{h}) * * * \\ \bar{\Lambda}^{31}(\bar{h}) \bar{\Lambda}^{32}(\bar{h}) \bar{h} \bar{U} * * * \\ \bar{\Lambda}^{41}(\bar{h}) 2\alpha \bar{h} \bar{G}_4 \bar{h} \bar{G}_3 \bar{\Lambda}^{44}(\bar{h}) * \\ \bar{h} \bar{R}_4 \bar{h} \bar{R}_5 0_{n_x \times n_x} 0_{n_x \times n_x} \bar{\Lambda}_1^{55}(\bar{h}) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Lambda}^2(\bar{h}) = \begin{bmatrix} 0_{n_x \times n_x} * * * \\ 0_{n_x \times n_x} -\bar{h} e^{-2\alpha h_2} \bar{R}_3 * * * \\ 0_{2n_x \times n_x} 0_{2n_x \times n_x} 0_{2n_x \times 2n_x} * \\ 0_{n_x \times n_x} \bar{h} e^{-2\alpha h_2} \bar{R}_5 0_{n_x \times 2n_x} \bar{\Lambda}_2^{55}(\bar{h}) \end{bmatrix},$$

$$\bar{Y}_{ij} = [\bar{Y}_{1ij} \bar{Y}_{2ij} \bar{Y}_{3ij} \bar{Y}_{4ij} \bar{Y}_{5ij}],$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{11} = 2\alpha \bar{P} - \frac{\bar{G}_1 + \bar{G}_1^T}{2} + \bar{Y}_{1ij}^T + \bar{Y}_{1ij} + \epsilon_1 A_i \bar{W} + \epsilon_1 \bar{W}^T A_i^T,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{21} = \bar{G}_1 - \bar{G}_2 + \bar{Y}_{2ij}^T - \bar{Y}_{1ij} + \epsilon_1 \bar{K}_i^T B_i^T,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{22} = \bar{G}_2 + \bar{G}_2^T - \frac{\bar{G}_1 + \bar{G}_1^T}{2} - \bar{Y}_{2ij}^T - \bar{Y}_{2ij} + 2L\bar{D}L,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{31} = \bar{P}^T + \bar{Y}_{3ij}^T - \epsilon_1 \bar{W}^T + \epsilon_2 A_i \bar{W}, \quad \bar{\Psi}_{ij}^{32} = -\bar{Y}_{3ij}^T + \epsilon_2 B_i \bar{K}_j,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{33} = -\epsilon_2 (\bar{W}^T + \bar{W}), \quad \bar{\Psi}_{ij}^{41} = -\bar{G}_3 + \bar{Y}_{4ij}^T,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{42} = -e^{-2\alpha h_2} \bar{R}_2 - \bar{G}_4 - \bar{Y}_{4ij}^T, \quad \bar{\Psi}_{ij}^{44} = -\frac{e^{-2\alpha h_2}}{h_2} \bar{R}_1 - \frac{\bar{G}_5 + \bar{G}_5^T}{2},$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{51} = \epsilon_1 \bar{K}_j^T B_i^T + \bar{Y}_{5ij}^T, \quad \bar{\Psi}_{ij}^{52} = -\bar{Y}_{2ij}^T, \quad \bar{\Psi}_{ij}^{53} = \epsilon_2 \bar{K}_j^T B_i^T,$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{54} = -e^{-2\alpha h_2} \bar{R}_4, \quad \bar{\Psi}_{ij}^{55} = -2\bar{D},$$

$$\bar{\Lambda}^{11}(\bar{h}) = \bar{h} \bar{R}_1 + \alpha \bar{h} (\bar{G}_1 + \bar{G}_1^T) + \bar{h} (\bar{G}_3 + \bar{G}_3^T),$$

$$\bar{\Lambda}^{21}(\bar{h}) = \bar{h} \bar{R}_2 + 2\alpha \bar{h} (-\bar{G}_1 + \bar{G}_2) + \bar{h} \bar{G}_4^T,$$

$$\bar{\Lambda}^{22}(\bar{h}) = \bar{h} \bar{R}_3 + 2\alpha \bar{h} \left( -\bar{G}_2 - \bar{G}_2^T + \frac{\bar{G}_1 + \bar{G}_1^T}{2} \right),$$

$$\bar{\Lambda}^{31}(\bar{h}) = \bar{h} \frac{\bar{G}_1 + \bar{G}_1^T}{2}, \quad \bar{\Lambda}^{32}(\bar{h}) = \bar{h} (-\bar{G}_1^T + \bar{G}_2^T),$$

$$\bar{\Lambda}^{41}(\bar{h}) = 2\alpha \bar{h} \bar{G}_3 + \bar{h} \frac{\bar{G}_5 + \bar{G}_5^T}{2}, \quad \bar{\Lambda}^{44}(\bar{h}) = \alpha \bar{h} (\bar{G}_5 + \bar{G}_5^T),$$

$$\bar{\Lambda}_1^{55}(\bar{h}) = \bar{h} (\bar{R}_6 + \bar{R}_6^T), \quad \bar{\Lambda}_2^{55}(\bar{h}) = -\bar{h} e^{-2\alpha h_2} (\bar{R}_6 + \bar{R}_6^T), \quad \bar{h} \in \{h_1, h_2\},$$

마지막으로 조정 이득 행렬은 다음의 식을 통해 얻을 수 있다.

$$K_j = \bar{K}_j \bar{W}^{-1}.$$

**증명:** 다음의 LKF를 고려하자.

$$V(t) = \sum_{i=1}^4 V_i(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (12)$$

여기서

$$V_1(t) = x^T(t) P x(t),$$

$$V_2(t) = (t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t e^{2\alpha(s-t)} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_1 * * \\ R_2 R_3 * \\ R_4 R_5 R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix} ds,$$

$$V_3(t) = (t_{k+1} - t) \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \end{bmatrix}^T G \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \int_{t_k}^t x(s) ds \\ \int_{t_k}^t x(s) ds \end{bmatrix},$$

$$V_4(t) = (t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t e^{2\alpha(s-t)} x^T(s) U x(s) ds,$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{G_1 + G_1^T}{2} & * & * \\ -G_1 + G_2 & -G_2 - G_2^T + \frac{G_1 + G_1^T}{2} & * \\ G_3 & G_4 & \frac{G_5 + G_5^T}{2} \end{bmatrix},$$

지수적 안정성을 고려한  $V(t)$ 를 시간에 대해 미분하여 다음과 같은 식을 유도한다.

$$\dot{V}_1(t) + 2\alpha V_1(t) = 2x^T(t)P\dot{x}(t) + 2\alpha x^T(t)Px(t) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \dot{V}_2(t) + 2\alpha V_2(t) \\ &= - \int_{t_k}^t e^{2\alpha(s-t)} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_1 & * & * \\ R_2 & R_3 & * \\ R_4 & R_5 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix} ds \\ &+ (t_{k+1} - t) \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_1 & * & * \\ R_2 & R_3 & * \\ R_4 & R_5 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix}, \quad (14) \end{aligned}$$

여기서  $\alpha > 0$ 은 임의의 주어진 스칼라이다.

이제, 식 (14) 우변의 첫째 항에 Jensen 부등식[21]을 적용하면, 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \int_{t_k}^t e^{2\alpha(s-t)} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_1 & * & * \\ R_2 & R_3 & * \\ R_4 & R_5 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(t_k) \\ f(x(t_k)) \end{bmatrix} ds \\ & \leq - \int_{t_k}^t x^T(s) ds \frac{e^{-2\alpha h_2}}{h_2} R_1 \int_{t_k}^t x(s) ds - 2x^T(t_k) e^{-2\alpha h_2} R_2 \int_{t_k}^t x(s) ds \\ & - (t - t_k) x^T(t_k) e^{-2\alpha h_2} R_3 x(t_k) - 2e^{-2\alpha h_2} f^T(x(t_k)) R_4 \int_{t_k}^t x(s) ds \\ & - 2(t - t_k) e^{-2\alpha h_2} f^T(x(t_k)) R_5 x(t_k) \\ & - 2(t - t_k) e^{-2\alpha h_2} f^T(x(t_k)) R_6 f(x(t_k)) \quad (15) \end{aligned}$$

한편,  $V_3(t)$ 를 미분하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \dot{V}_3(t) + 2\alpha V_3(t) \\ &= - \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ \int_{t_k}^t x(s) ds \end{bmatrix}^T G \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ \int_{t_k}^t x(s) ds \end{bmatrix} \\ &+ 2\alpha(t_{k+1} - t) \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ \int_{t_k}^t x(s) ds \end{bmatrix}^T G \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t_k) \\ \int_{t_k}^t x(s) ds \end{bmatrix} \\ &+ 2(t_{k+1} - t) x^T(t) \frac{G_1 + G_1^T}{2} \dot{x}(t) + 2(t_{k+1} - t) x^T(t) G_3^T x(t) \\ &+ 2(t_{k+1} - t) x^T(t_k) (-G_1 + G_2) \dot{x}(t) + 2(t_{k+1} - t) x^T(t_k) G_4^T x(t) \\ &+ 2(t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t x^T(s) ds G_3 \dot{x}(t) \\ &+ 2(t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t x^T(s) ds \frac{G_5 + G_5^T}{2} x(t). \quad (16) \end{aligned}$$

다음으로  $V_4(t)$ 의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \dot{V}_4(t) + 2\alpha V_4(t) \\ & \leq - \int_{t_k}^t e^{-2\alpha h_2} x^T(s) U \dot{x}(s) ds + (t_{k+1} - t) \dot{x}^T(t) U \dot{x}(t) \quad (17) \end{aligned}$$

이제 다음의 널 항 (null term)을 고려하자. 앞으로는 식의 간결한 표현을 위해  $w_i(p(t))$ 와  $w_j(p(t_k))$ 를 각각  $\bar{w}_i$ 와  $\hat{w}_j$ 로 표기한다.

$$\begin{aligned} 0 &= 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \left[ x(t) - x(t_k) - \int_{t_k}^t \dot{x}(s) ds \right] \\ &= 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \{x(t) - x(t_k)\} \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \int_{t_k}^t \dot{x}(s) ds \quad (18) \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } \xi^T(t) = \left[ x^T(t) \quad x^T(t_k) \quad \dot{x}^T(t) \int_{t_k}^t x^T(s) ds \quad f^T(x(t_k)) \right],$$

$$Y_{ij} = [Y_{1ij} \quad Y_{2ij} \quad Y_{3ij} \quad Y_{4ij} \quad Y_{5ij}] \text{이다.}$$

또한, 다음의 잘 알려진 부등식을 고려하자.

$$X^T Y + Y^T X \leq \sigma X^T X + \sigma^{-1} Y^T Y,$$

여기서  $X$ ,  $Y$ 는 임의의 행렬이고  $\sigma$ 는 양의 스칼라이다. 식 (18) 우변의 둘째 항은 위의 부등식과 보조 정리 2, Jensen 부등식을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} & - 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \int_{t_k}^t \dot{x}(s) ds \\ &= - 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \left( \frac{U}{t - t_k} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{U}{t - t_k} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{t_k}^t \dot{x}(s) ds \\ & \leq e^{2\alpha h_2} (t - t_k) \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T U^{-1} Y_{ij} \xi(t) \\ & \quad + \int_{t_k}^t e^{-2\alpha h_2} \dot{x}^T(s) U \dot{x}(s) ds. \quad (19) \end{aligned}$$

식 (19)을 (18)에 적용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \int_{t_k}^t e^{-2\alpha h_2} \dot{x}^T(s) U \dot{x}(s) ds \\ & \leq 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \{x(t) - x(t_k)\} \\ & \quad + (t - t_k) e^{2\alpha h_2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T U^{-1} Y_{ij} \xi(t) \quad (20) \end{aligned}$$

또한, 식 (17)에 (20)를 적용하여 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \dot{V}_4(t) + 2\alpha V_4(t) \\ & \leq (t_{k+1} - t) \dot{x}^T(t) U \dot{x}(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T \{x(t) - x(t_k)\} \\ & \quad + (t - t_k) e^{2\alpha h_2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) Y_{ij}^T U^{-1} Y_{ij} \xi(t) \quad (21) \end{aligned}$$

한편, 적절한 차원을 가지는 임의의 행렬  $W_1$ 과  $W_2$ 에 대해 다음의 널 항이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 0 &= 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j [W_1 x(t) + W_2 \dot{x}(t)]^T \\
 &\quad \times [-\dot{x}(t) + A_i x(t) + B_i K_j \{x(t_k) + f(x(t_k))\}] \\
 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j [-2x^T(t) W_1^T \dot{x}(t) - 2\dot{x}^T(t) W_2^T \dot{x}(t) \\
 &\quad + 2x^T(t) W_1^T A_i x(t) + 2\dot{x}^T(t) W_2^T A_i x(t) \\
 &\quad + 2x^T(t) W_1^T B_i K_j x(t_k) + 2\dot{x}^T(t) W_2^T B_i K_j x(t_k) \\
 &\quad + 2x^T(t) W_1^T B_i K_j f(x(t_k)) + 2\dot{x}^T(t) W_2^T B_i K_j f(x(t_k))] \quad (22)
 \end{aligned}$$

마지막으로, 식 (5)로부터 임의의 대각 행렬  $D > 0$ 에 대한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$-2[f(x(t_k)) + Lx(t_k)]^T D [f(x(t_k)) - Lx(t_k)] \geq 0. \quad (23)$$

여기서  $L = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_{n_s}\}$ 이다.

따라서 이상의 내용을 정리하면, 식 (13)-(23)을 통해 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\dot{V}(t) + 2\alpha V(t) \\
 &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \bar{w}_i \hat{w}_j \xi^T(t) \left( \frac{t_{k+1} - t}{h_k} (\Psi_{ij} + \Lambda^1(h_k)) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{t - t_k}{h_k} (\Psi_{ij} + \Lambda^2(h_k) + h_k Y_{ij}^T U^{-1} Y_{ij}) \right) \xi(t) \quad (24)
 \end{aligned}$$

이에 더해, 식 (24) 우변 첫째 항에  $\text{diag}\{\bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T\}$ 와  $\text{diag}\{\bar{W}, \bar{W}, \bar{W}, \bar{W}, \bar{W}\}$ 으로 congruence transformation을 적용하고, 샘플링의 상하한치의 convex sum으로 정리하면 다음을 얻는다.

$$\Psi_{ij} + \Lambda^1(h_k) = \frac{h_k - h_1}{h_2 - h_1} \Phi_{ij}^1(h_2) + \frac{h_k - h_1}{h_2 - h_1} \Phi_{ij}^1(h_1) < 0. \quad (25)$$

또한, 식 (24) 우변 둘째 항에  $\text{diag}\{\bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T, \bar{W}^T\}$ ,  $\bar{W}^T$ 와  $\text{diag}\{\bar{W}, \bar{W}, \bar{W}, \bar{W}, \bar{W}\}$ 으로 congruence transformation와 Schur complement를 적용하고, convex sum으로 정리하면 다음과 같다.

$$\Phi_{ij}^2(h_k) = \frac{h_k - h_1}{h_2 - h_1} \Phi_{ij}^2(h_2) + \frac{h_k - h_1}{h_2 - h_1} \Phi_{ij}^2(h_1) < 0. \quad (26)$$

여기서  $W_1 = \epsilon_1 W$ ,  $W_2 = \epsilon_2 W$ ,  $\bar{W} = W^{-1}$ ,  $\bar{K}_j = K_j \bar{W}$ ,  $\bar{P} = \bar{W}^T P \bar{W}$ ,  $\bar{U} = \bar{W}^T U \bar{W}$ ,  $\bar{D} = \bar{W}^T D \bar{W}$ ,  $\bar{R}_1 = \bar{W}^T R_1 \bar{W}$ ,  $\bar{R}_2 = \bar{W}^T R_2 \bar{W}$ ,  $\bar{R}_3 =$

$$\begin{aligned}
 &\bar{W}^T R_3 \bar{W}, \bar{R}_4 = \bar{W}^T R_4 \bar{W}, \bar{R}_5 = \bar{W}^T R_5 \bar{W}, \bar{R}_6 = \bar{W}^T R_6 \bar{W}, \bar{G}_1 = \\
 &\bar{W}^T G_1 \bar{W}, \bar{G}_2 = \bar{W}^T G_2 \bar{W}, \bar{G}_3 = \bar{W}^T G_3 \bar{W}, \bar{G}_4 = \bar{W}^T G_4 \bar{W}, \bar{G}_5 = \\
 &\bar{W}^T G_5 \bar{W}, \bar{Y}_{1ij} = \bar{W}^T Y_{1ij} \bar{W}, \bar{Y}_{2ij} = \bar{W}^T Y_{2ij} \bar{W}, \bar{Y}_{3ij} = \bar{W}^T Y_{3ij} \bar{W}, \\
 &\bar{Y}_{4ij} = \bar{W}^T Y_{4ij} \bar{W}, \bar{Y}_{5ij} = \bar{W}^T Y_{5ij} \bar{W}.
 \end{aligned}$$

식 (24)-(26)과 보조 정리 1을 통해 선형 행렬 부등식 (8)-(11)이 성립하면, 다음의 부등식이 만족한다는 것을 알 수 있다.

$$\dot{V}(t) + 2\alpha V(t) \leq 0, \quad t \in [t_k, t_{k+1}).$$

$t \in [t_k, t_{k+1})$ 에 대해 위의 부등식을 적분하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V(t) &\leq e^{-2\alpha(t-t_k)} V(t_k) \\
 &\leq e^{-2\alpha t} V(0). \quad (27)
 \end{aligned}$$

식 (12)의  $V(t)$ 와 식 (27)을 기반으로 하여, 다음을 얻을 수 있다.

$$\lambda_{\min}(P) \|x(t)\|^2 \leq V(t) \leq e^{-2\alpha t} V(0). \quad (28)$$

따라서,  $r(t_k) = 0$  일 때 다음의 부등식으로 샘플치 퍼지 조정기 기반의 쿼드러터 페루프 시스템 (7)의 평형점이 지수적으로 점근 안정하다는 것을 알 수 있다.

$$\|x(t)\| \leq \sqrt{\frac{V(0)}{\lambda_{\min}(P)}} e^{-\alpha t}.$$

이것으로 증명을 마무리한다. ■

**참고 1:** 본 논문에서 제안한 기법의 주요한 기여 사항은 다음과 같다.

- 1) 새로운 LKF 함수를 사용하여 쿼드러터 자세와 고도 시스템의 양자화를 고려한 샘플치 퍼지 조정기 설계 기법을 제안했다.
- 2) 양자화 때문에 발생하는 불확실성이 있는 환경에서 쿼드러터 시스템이 참조값을 잘 추종하기 위해 강인 제어 기법을 사용했으며, 양자화를 통해 전체 제어 시스템의 네트워크 부하를 줄일 수 있다.
- 3) 샘플링 간격의 상한과 하한치를 모두 고려하여 유연한 샘플링 조건을 통해 조정기 구현 시 하드웨어의 성능 요구도를 저감하였다.

### 4. 시뮬레이션 예제

이 장에서는 본 논문에서 제안하는 상태 양자화가 고려된 샘플치 퍼지 조정기의 타당성을 검증한다. 시뮬레이션에서 사용된 쿼드로터의 파라미터는  $(m, g, L, I_x, I_y, I_z) = (0.6, 9.81, 0.175, 2.32 \times 10^{-2}, 2.32 \times 10^{-2}, 4.00 \times 10^{-2})$ 이다. 위치 시스템 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_p(t) = \begin{bmatrix} u_x(t) \\ u_y(t) \end{bmatrix},$$

여기서  $u_x(t)$ 와  $u_y(t)$ 는 적절히 설계된 제어 입력 값이고, 자세 시스템의  $\phi(t)$ 와  $\theta(t)$ 의 참조 값은 다음의 변환 식을 통해 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_r(t) &= \sin^{-1}(s_\psi u_x(t) - c_\psi u_y(t)), \\ \theta_r(t) &= \sin^{-1}\left(\frac{c_\psi u_x(t) + s_\psi u_y(t)}{\cos(\phi_r(t))}\right), \end{aligned}$$

시뮬레이션에서 사용된 값들은  $\alpha_a = 10, \alpha_z = 2, \epsilon_1 = 1, \epsilon_2 = 0.01, \rho_a = \rho_z = 0.5, \mu_a = 1, \mu_z = 0.5, h_1 = 0.001, h_2 = 0.002$ 이고, 초기 조건은  $x_a(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, x_z(0) = [0 \ 0]^T, x_p(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 이고, 자세와 고도를 위한 조정기의 참조 값은 다음과 같이 설정했다. 이때  $h_1$ 과  $h_2$ 는 쿼드로터 하드웨어 성능을 고려하여 정해진 값이다.

$$\begin{aligned} r_a(t) &= [\phi_r(t) \ 0 \ \theta_r(t) \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad 0 \leq t < 20, \\ r_z(t) &= 1, \quad 0 \leq t < 20. \end{aligned}$$

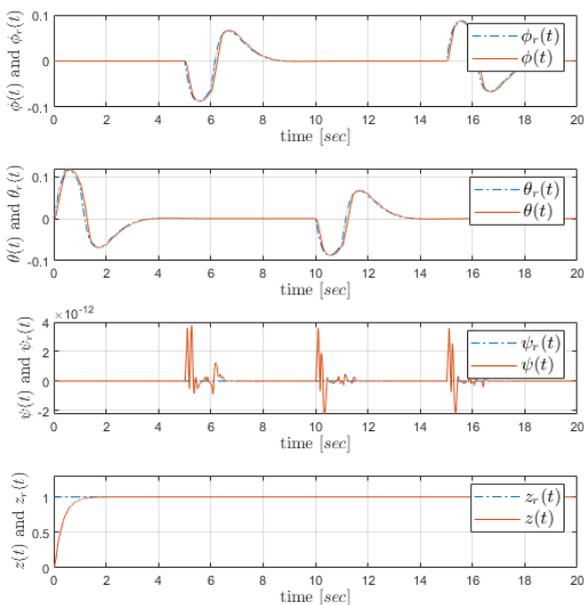


그림 1 쿼드로터의 자세와 고도 시스템의 상태 응답  
Fig. 1 The state response of the quadrotor attitude and altitude system

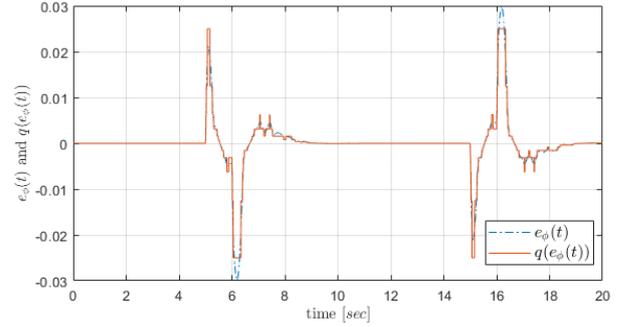


그림 2  $e_\phi(t)$ 와  $q(e_\phi(t))$ 의 상태 응답  
Fig. 2 The state response of  $e_\phi(t)$  and  $q(e_\phi(t))$ .

한편 자세 시스템의 참조 값을 결정하기 위해 내부적으로 위치 추종 값을 다음과 같이 설정했다.

$$r_p(t) = \begin{cases} (r_x, r_y) = (1, 0) & 0 \leq t < 5 \\ (r_x, r_y) = (1, 1) & 5 \leq t < 10 \\ (r_x, r_y) = (0, 1) & 10 \leq t < 15 \\ (r_x, r_y) = (0, 0) & 15 \leq t < 20 \end{cases}$$

정리 1을 통해 자세 시스템과 고도 시스템을 위한 조정기의 이득 행렬들을 MATLAB을 통해 결정했고, 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{a1} &= \begin{bmatrix} -70.15 & -4.35 & 0.03 & 0.00 & 0.39 & 0.05 \\ 0.03 & 0.00 & -70.15 & -4.35 & -0.39 & -0.05 \\ -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -53.91 & -2.65 \end{bmatrix}, \\ K_{a2} &= \begin{bmatrix} -70.15 & -4.35 & -0.03 & -0.00 & -0.39 & -0.05 \\ -0.03 & -0.00 & -70.15 & -4.35 & -0.39 & -0.05 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -53.91 & -2.65 \end{bmatrix}, \\ K_{a3} &= \begin{bmatrix} -70.15 & -4.35 & -0.03 & -0.00 & 0.39 & 0.05 \\ -0.03 & -0.00 & -70.15 & -4.35 & 0.39 & 0.05 \\ -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -53.91 & -2.65 \end{bmatrix}, \\ K_{a4} &= \begin{bmatrix} -70.15 & -4.35 & 0.03 & 0.00 & -0.39 & -0.05 \\ 0.03 & 0.00 & -70.15 & -4.35 & 0.39 & 0.05 \\ 0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.00 & -53.91 & -2.65 \end{bmatrix}, \\ K_{z1} &= [-40.14 \ -15.16], \quad K_{z2} = [-40.98 \ -15.46]. \end{aligned}$$

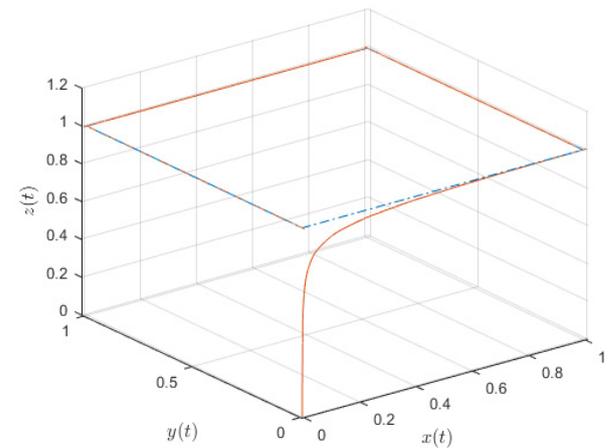


그림 3 쿼드로터의 위치 궤적(실선)과 위치 참조값(일점 쇄선)  
Fig. 3 The trajectory of the position of the quadrotor(solid) and its reference (dash-dotted)

그림 1에서  $\phi(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $z(t)$ 는 쿼드로터 자세와 고도 시스템의 상태 변수이고,  $\phi_r(t)$ ,  $\theta_r(t)$ ,  $\psi_r(t)$ ,  $z_r(t)$ 는 참조 값이다. 그림 1을 통해 쿼드로터 자세 및 고도 시스템의 상태 변수가 추종 값에 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한, 그림 2에서  $e_\phi(t)$ 와  $q(e_\phi(t))$ 의 시간 응답을 나타냈다. 그림 2를 통해 양자화의 결과로 제어기에 되먹임되는 값이 실제 값과 차이가 크음을 알 수 있고, 이러한 상황에서도 제안하는 방법을 통해 강인하게 제어가 됨을 알 수 있다. 일점 쇄선은 참조 값을 나타낸다. 마지막으로, 그림 3을 통해 제안하는 방법으로 쿼드로터 시스템이 참조 값을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 상태 양자화를 가진 샘플치 퍼지 조정기 설계 방법이 제안되었다. 먼저, 쿼드로터의 자세와 고도 시스템을 T-S 퍼지 모델로 표현했다. 그리고 각 시스템의 상태 조정 조건은 LKF를 이용하여 선형 행렬 부등식의 형태로 유도하였다. 특히, 양자화 오차로 인해 발생하는 불확실성을 다루기 위해 강인 제어 기법을 사용했다. 마지막으로 시뮬레이션 예제에서 제안된 방법으로 설계한 상태 조정기를 통해 쿼드로터 시스템의 상태 변수가 참조값을 잘 추종함을 알 수 있다.

그러나 본 논문에서는 실제 시스템에서 센서, 신호 전송 등 다양한 요인 때문에 발생하는 시간 지연을 아주 짧은 시간으로 가정하여 연구를 진행하였다. 따라서, 추후 연구에서는 상태 양자화가 고려된 샘플치 퍼지 조정기에 대해 시간 지연을 고려한 제어 기법을 연구하고자 한다.

### Acknowledgements

이 논문은 2019년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.NRF-2019R1G1A1099286). 이 논문은 2022년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2021-0-00347, 6G 통신을 위한 Post MAC)

### References

- [1] E. Kayacan and R. Maslim, "Type-2 fuzzy logic trajectory tracking control of quadrotor VTOL aircraft with elliptic membership functions," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 22, no. 1, pp. 339-348, 2017.
- [2] B. Xu and X. Lu, "An online adaptive control strategy for trajectory tracking of quadrotors based on fuzzy approximation and robust sliding mode algorithm," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 215327-215342, 2020.
- [3] H. S. Kim, S. Hwang, and Y. H. Joo, "Interval type-2 fuzzy-model-based fault-tolerant sliding mode tracking control of a quadrotor UAV under actuator saturation," *IET Control Theory and Applications*, vol. 14, no. 20, pp. 3663-3675, 2020.
- [4] C. Chiu, "A dynamic decoupling approach to robust T-S fuzzy model-based control," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 5, pp. 1088-1100, 2014.
- [5] L. Wu, X. Su, P. Shi, and J. Qiu, "A new approach to stability analysis and stabilization of discrete-time T-S fuzzy time-varying delay systems," *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 41, no. 1, pp. 273-286, 2010.
- [6] C. M. Salgado, J. L. Viegas, C. S. Azevedo, M. C. Ferreira, S. M. Vieira, and J. M. C. Sousa, "Takagi-Sugeno fuzzy modeling using mixed fuzzy clustering," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 25, no. 6, pp. 1417-1429, 2017.
- [7] C. Peng, S. Ma, and X. Xie, "Observer-based non-PDC control for networked T-S fuzzy systems with an event-triggered communication," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 47, no. 8, pp. 2279-2287, 2017.
- [8] S. Dong, C. L. P. Chen, M. Fang, and Z. Wu, "Dissipativity-based asynchronous fuzzy sliding mode control for T-S fuzzy hidden Markov jump systems," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 50, no. 9, pp. 4020-4030, 2020.
- [9] J. Yan, G. Yang, and X. Li, "Adaptive fault-tolerant compensation control for T-S fuzzy systems with mismatched parameter uncertainties," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 50, no. 9, 2020.
- [10] J. H. An, T. J. Han, and H. S. Kim, "T-S fuzzy model-based fault tolerant tracking controller design of a quadrotor: a fuzzy Lyapunov functional approach," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 154-160, 2021.
- [11] J. Shi and Q. Zhang, "Dynamic sliding-mode control for T-S fuzzy singular time-delay systems with  $H_\infty$  performance," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 115388-115399, 2019.
- [12] S. Tsai and C. Jen, " $H_\infty$  stabilization for polynomial fuzzy time-delay system: a sum-of-squares approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 6, pp. 3630-3644, 2018.
- [13] Z. Zhong, Y. Zhu, and T. Yang, "Robust decentralized static output-feedback control design for large-scale nonlinear systems using Takagi-Sugeno fuzzy models," *IEEE Access*, vol. 4, pp. 8250-8263, 2016.
- [14] A. Meng, H. Lam, F. Liu, and Y. Yang, "Filter design for positive T-S fuzzy continuous-time systems with time delay using piecewise-linear membership functions," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 29, no. 9, pp. 2521-2531, 2021.
- [15] H. S. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Decentralized sampled-data tracking control of large-scale fuzzy systems: an exact discretization approach," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 12668-12681, 2017.
- [16] Z. Wu, P. Shi, H. Su, and J. Chu, "Sampled-data fuzzy control of chaotic systems based on a T-S fuzzy model," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 153-163, 2014.

- [17] H. S. Kim and K. Lee, "Sampled-data fuzzy observer design for nonlinear systems with a nonlinear output equation under measurement quantization," *Information Sciences*, vol. 575, pp. 248-264, 2021.
- [18] Y. Xue, B. Zheng, and X. Yu, "Robust sliding mode control for T-S fuzzy systems via quantized state feedback," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 2261-2272, 2018.
- [19] H. S. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, "A fuzzy Lyapunov- Krasovskii functional approach to sampled-data output- feedback stabilization of polynomial fuzzy systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 366-373, 2018.
- [20] X. Guan and C. Chen, "Delay-dependent guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with time delays," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 236-249, 2004.
- [21] Z. Shu and J. Lam, "Exponential estimates and stabilization of uncertain singular systems with discrete and distributed delays," *International Journal of Control*, vol. 81, no. 6, pp. 865-882, 2008.

**저자소개**



**한태준 (Tae Joon Han)**

2021년 국립 한국해양대학교 제어자동화공학부(공학사). 2021년~현재 국립 한국해양대학교 제어계측과 석사과정 재학 중. 관심 분야는 비선형 시스템 제어, 무인 항공기, 샘플치 퍼지 제어, 추종 제어.



**안지호 (Ji Ho An)**

2021년 국립 한국해양대학교 제어자동화공학부(공학사). 2021년~현재 국립 한국해양대학교 제어계측과 석사과정 재학 중. 관심 분야는 비선형 시스템 제어, 샘플치 퍼지 제어 및 필터, 무인 항공기.



**김한솔 (Han Sol Kim)**

2011년 한양대학교 전자컴퓨터공학부(공학사). 2012년 연세대학교 전기전자공학과(공학석사). 2018년 동대학교 전기전자공학과(공학박사). 2018년~2019년 삼성전자 무선사업부 책임연구원. 2019년~현재 국립한국해양대학교 제어자동화공학부 조교수 재직 중. 관심 분야는 지능로봇, 무인 항공기, 지능제어.